

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳

مجموعه مهندسی مکانیک (۳)
طراحی کاربردی زمینه دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
|------|--|------------|----------|----------|
| ۱ | مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته، ارتعاشات و کنترل پیشرفته) | ۴۵ | ۱ | ۴۵ |

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن $f(z) = \sin(\sin z)$ در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

$$(۱) \quad z - \frac{z^3}{3!} \quad (۲) \quad z + \frac{z^3}{3!}$$

$$(۳) \quad z - \frac{z^3}{3!} \quad (۴) \quad z + \frac{z^3}{3!}$$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها $u(x, t) = X(x)T(t)$ در مسأله داده شده، برای $T(t)$ چه جوابی به دست می‌آید؟

$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0 \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$(۱) \quad \sin(t\sqrt{k\pi-1}) \quad (۲) \quad \sin(t\sqrt{k^2\pi^2-1})$$

$$(۳) \quad \sin(t(k\pi-1)) \quad (۴) \quad \sin(t(k^2\pi^2-1))$$

۳- حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{\cosh z}$ که در آن C مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس

$(\pm\pi, \pi)$ و $(\pm\pi, 0)$ می‌باشد، کدام است؟

$$(۱) \quad -2\pi i \quad (۲) \quad -2\pi$$

$$(۳) \quad 2\pi i \quad (۴) \quad 2\pi$$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0$$

پتانسیل سرعت به شکل $\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$

حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر θ ، شرایط: $r = a$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ ، و $r = b$ و

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \quad (a > b) \text{ و } U \text{ ثابت) برقرار باشند آنگاه جواب مسأله عبارتست از:}$$

$$(۱) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۲) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta$$

$$(۳) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۴) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta$$

۵- تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-|x|}$ به طوری که

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx$$

کدام است؟

$$\frac{2}{1+\omega^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+\omega^2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{-1}{1+\omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1+\omega^2}, & \omega > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\frac{|\omega|}{1+\omega^2} \quad (3)$$

۶- می‌دانیم تابع $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در نقطه $z_0 = 1 - i$ تحلیلی است

و $f'(z_0) = 1 + i$ در این صورت مقدار $u_r v_\theta + u_\theta v_r$ در نقطه مذکور کدام

است؟

$$-4i \quad (2)$$

$$-2\sqrt{2}i \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

۷- تصویر ناحیه $x > C_1$ و $y > C_2$ از صفحه z به صفحه $w = u + iv$ تحت

تبدیل (نگاشت) $w = \frac{1}{z}$ در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

$$C_2 > 0, C_1 < 0 \quad (2)$$

$$C_2 < 0, C_1 < 0 \quad (1)$$

$$C_2 > 0, C_1 > 0 \quad (4)$$

$$C_2 < 0, C_1 > 0 \quad (3)$$

۸- تابع $f(x)$ به شکل زیر مفروض است. اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و

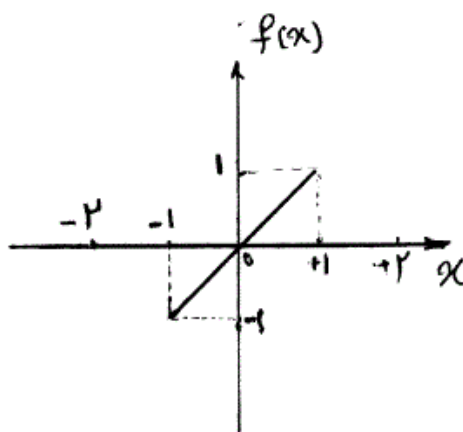
$g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت ضریب a_0 در سری فوریه تابع $g(x)$ کدام است؟

$$\frac{-1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{-1}{12} \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$



۹- تابع مختلط $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در حوزه D که شامل مبدأ نیست
تحلیلی می باشد به قسمی که تابع حقیقی v فقط به θ بستگی دارد (یعنی v به
 r بستگی ندارد). در این صورت مقدار کلی تابع u کدام است؟

$$(۱) C \ln r \quad (۲) C \ln r$$

$$(۳) Lnr + C \quad (۴) C_1 Lnr + C_2$$

$$10- \begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x), 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, \forall t > 0 \end{cases}$$

با تغییر متغیر تابع $u(x, t) - v(x) = w$ تبدیل می شود به مسأله مقدار اولیه
مرزی (۲)

$$\begin{cases} w_{tt} - w_{xx} = 0, 0 < x < 1, t > 0 \\ w(x, 0) = g(x), w_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ w(0, t) = w(1, t) = 0 \end{cases}$$

که در آن $v(x)$ تابعی است که در معادله دیفرانسیل (۱) و شرایط مرزی آن
صدق می کند. مقدار $g(x)$ کدام است؟

$$(۱) \frac{-3}{4\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x)$$

$$(۲) \frac{3}{4\pi^2} \sin(\pi x) - \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x)$$

$$(۳) \frac{-3}{4} \sin(\pi x) + \frac{1}{36} \sin(3\pi x)$$

$$(۴) \frac{3}{4} \sin(\pi x) - \frac{1}{36} \sin(3\pi x)$$

۱۱- معادله انتگرالی زیر داده شده است:

$$\int_0^\infty [A(\lambda) \cos(\lambda x) + B(\lambda) \sin(\lambda x)] d\lambda = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

مقادیر $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ به ترتیب کدام هستند؟

$$(۱) e^{-\lambda}, \lambda e^{-\lambda} \quad (۲) \lambda e^{-\lambda}, e^{-\lambda}$$

$$(۳) \frac{\lambda}{\lambda^2 + 1}, \frac{1}{1 + \lambda^2} \quad (۴) \frac{1}{1 + \lambda^2}, \frac{\lambda}{\lambda^2 + 1}$$

۱۲- در معادله‌ی انتگرالی $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(u)du}{(x-u)^2 + a^2} = \frac{1}{x^2 + b^2}$, $0 < a < b$

پاسخ $y(x)$ کدام است؟ (راهنمایی: $\int_0^\infty \frac{\cos \alpha x}{m^2 + \alpha^2} d\alpha = \frac{\pi}{2m} e^{-mx}$)

(۱) $y(x) = \frac{(b-a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b-a)^2]}$ (۲) $y(x) = \frac{(b+a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b+a)^2]}$

(۳) $y(x) = \frac{(a-b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]}$ (۴) $y(x) = \frac{(a+b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a+b)^2]}$

۱۳- سری فوریه تابع $f(x) = \ln(\cos(\frac{x}{2}))$, $-\pi < x < \pi$ ، کدام است؟

(۱) $-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx$ (۲) $-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cos nx$

(۳) $-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$ (۴) $-\ln 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos nx$

۱۴- قطار زیر با سه واگن سرعت خود را از $72 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$ کاهش می‌دهد. جرم هر واگن

10000 kg و ضریب اصطکاک میان ریل‌ها و چرخ‌ها 0.2 می‌باشد. کوتاهترین

زمان لازم جهت توقف قطار t_s و نیروهای اتصالات F_1 و F_2 در حالتی که ترمز واگن وسطی خراب می‌باشد کدامند؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).



(۱) فشاری $F_2 = 5/5 \text{ kN}$ و کششی $F_1 = 5/5 \text{ kN}$ و $t_s = 12 \text{ sec}$

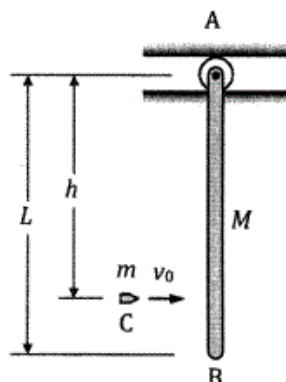
(۲) کششی $F_2 = 5/65 \text{ kN}$ و فشاری $F_1 = 5/65 \text{ kN}$ و $t_s = 15 \text{ sec}$

(۳) کششی $F_2 = 6 \text{ kN}$ و فشاری $F_1 = 6 \text{ kN}$ و $t_s = 18 \text{ sec}$

(۴) کششی $F_2 = 6/6 \text{ kN}$ و فشاری $F_1 = 6/6 \text{ kN}$ و $t_s = 15 \text{ sec}$

۱۵- میله‌ی باریک و یکنواخت AB به جرم M و طول L ، ابتدا در وضعیت قائم در حال سکون است. گلوله‌ی C به جرم m با سرعت v_0 در نقطه‌ای به فاصله‌ی $h = \frac{1}{8}L$ از A به میله برخورد می‌کند و در آن فرو می‌رود. با چشم‌پوشی از جرم گلوله در برابر جرم میله، جرم غلتک و اصطکاک شیار، سرعت زاویه‌ای میله در لحظه‌ی پس از برخورد چقدر است؟ (گشتاور اینرسی جرمی میله حول مرکز

$$I_G = \frac{1}{12}ML^2$$



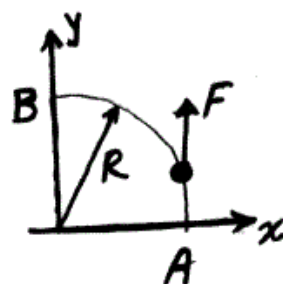
$$(1) \frac{m v_0}{M L} \sqrt{\frac{2}{4}}$$

$$(2) \frac{M v_0}{m L} \sqrt{\frac{2}{4}}$$

$$(3) \frac{m v_0}{M L} \sqrt{\frac{3}{6}}$$

$$(4) \frac{M v_0}{m L} \sqrt{\frac{3}{6}}$$

۱۶- نیروی $\vec{F} = F_0 \sin^2 \theta \hat{j}$ بر نقطه‌ی مادی که روی مسیر زیر در دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند، وارد می‌شود. کار انجام شده توسط این نیرو از A تا B چند برابر $F_0 R$ می‌باشد؟



$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{\pi}{4}$$

$$(3) \frac{\pi}{2}$$

$$(4) 1$$

۱۷- استوانه‌ی توپر یکنواخت زیر توسط طناب نازک بی‌جرمی که به دور آن پیچیده شده آویزان است. استوانه رها می‌شود. نیروی کشش در طناب چند برابر وزن استوانه می‌باشد؟



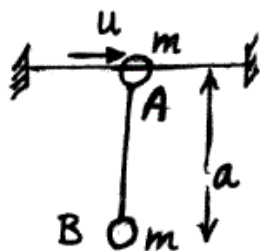
$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{3}{5}$$

$$(4) 1$$

۱۸- مهره A به جرم m در امتداد مفتول افقی قرار دارد. مهره B به جرم m به وسیله طنابی به طول a به مهره A متصل شده است. اگر مهره A با سرعت u در امتداد مفتول به حرکت درآید، حداکثر زاویه انحراف طناب از وضع قائم از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (از اصطکاک بین مفتول و مهره A صرف نظر شود)



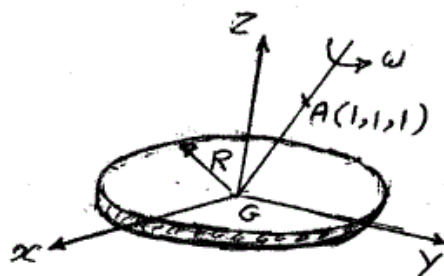
$$\cos \theta = \frac{u^2 - 2ga}{2ga} \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{2ga - u^2}{2ga} \quad (2)$$

$$\cos \theta = \frac{ga - u^2}{2ga} \quad (3)$$

$$\cos \theta = \frac{ga + u^2}{2ga} \quad (4)$$

۱۹- بردار اندازه حرکت زاویه‌ای دیسک زیر کدام است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{12} m R^2 (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \omega \quad (2) \qquad \frac{\sqrt{3}}{12} m R^2 (\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \omega \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} m R^2 (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \omega \quad (4) \qquad \frac{\sqrt{3}}{12} m R^2 (2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \omega \quad (3)$$

۲۰- ذره A دارای حرکت مطلق $\vec{r}_A = t\hat{i}$ و مبدأ دستگاه انتقالی B بر مسیر

$\vec{r}_B = \cos t\hat{i} + \sin t\hat{j}$ در حال حرکت است. حداکثر شعاع انحنای مسیر A

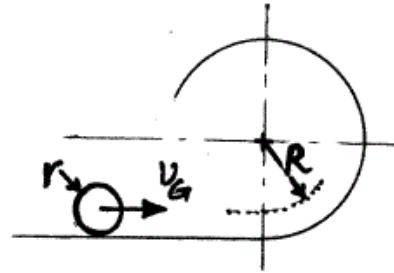
نسبت به چارچوب B چه میزان است؟ (t زمان است.)

$$2\sqrt{2} \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

$$\infty \quad (4) \qquad 4 \quad (3)$$

۲۱- کره‌ای به جرم m و شعاع r در حال غلتش بر روی سطح افقی است. سرعت مرکز آن

چقدر باشد؟ تا بدون لغزش کل مسیر حلقه زیر را طی کند. ($I_G = \frac{2}{5}mr^2$)



$$\sqrt{4Rg} \quad (2)$$

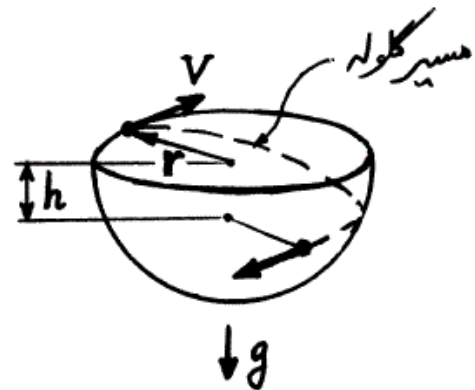
$$\sqrt{2Rg} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{27}{5}Rg} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{20}{5}Rg} \quad (3)$$

۲۲- گلوله فلزی کوچکی درون سطح نیم کره زیر با سرعت اولیه V مماس بر لبه نیم کره شروع به حرکت می کند. هنگامی که ارتفاع گلوله به اندازه h کاهش می یابد، بردار سرعت گلوله چه زاویه‌ای با افق می سازد؟ (لبه نیم کره افقی و شعاع آن r می باشد. جاذبه در راستای قائم و به سمت پایین فرض شود.)

$$\alpha = \frac{gh}{V^2} \quad \text{و} \quad \beta = \frac{h^2}{r^2}$$



$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1+2\alpha)(1-\beta)}} \quad (2)$$

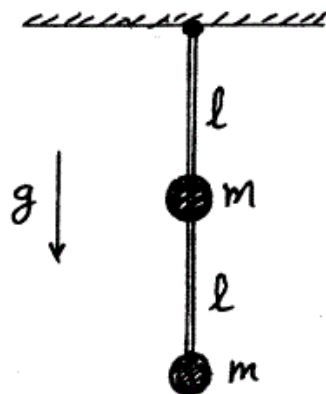
$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{1+2\alpha}} \quad (1)$$

$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1-2\alpha)(1+\beta)}} \quad (4)$$

$$\text{Arc cos} \frac{1}{\sqrt{(1-2\alpha)(1-\beta)}} \quad (3)$$

۲۳-

پاندول زیر از دو ذره یکسان به جرم m و میله‌ای بدون جرم به طول $2l$ ساخته شده است. میله می‌تواند آزادانه حول نقطه انتهایی بالای خود دوران کند. پریود نوسان کم دامنه پاندول برابر با کدام است؟



$$(1) \quad 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$(2) \quad 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$$

$$(3) \quad 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{3g}}$$

$$(4) \quad 2\pi\sqrt{\frac{3l}{2g}}$$

۲۴-

در سیستم مختصات کروی با بردارهای واحد \hat{e}_r , \hat{e}_φ , \hat{e}_θ اگر دورانی برابر θ حول \hat{e}_φ و φ حول \hat{e}_z داده شود به‌طوریکه سرعت زاویه‌ای

$$\vec{\omega} = \dot{\theta}\hat{e}_\varphi + \dot{\varphi}\hat{e}_z$$

باشد، مشتق زمانی \hat{e}_r برابر با کدام است؟

$$(1) \quad \dot{\varphi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\theta\hat{e}_\varphi$$

$$(2) \quad \dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{\varphi}\sin\theta\hat{e}_\varphi$$

$$(3) \quad \dot{\varphi}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\sin\varphi\hat{e}_\varphi$$

$$(4) \quad \dot{\varphi}\sin\theta\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\hat{e}_\varphi$$

۲۵-

معادله لاگرانژ برای کلیه سیستم‌ها با قیود مختلف کدام است؟

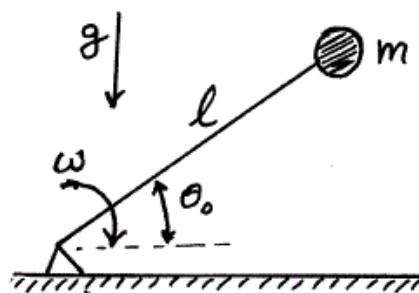
$$(1) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, \dots, n$$

$$(2) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial kE}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, \dots, n$$

$$(3) \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, i = 1, \dots, n$$

(4) هیچ کدام

۲۶- به انتهای میله زیر به طول l وزنه‌ای به جرم m و ابعاد ناچیز متصل است. در لحظه‌ای که میله با سطح افق زاویه θ_0 می‌سازد، سرعت زاویه‌ای آن ω است. حداکثر زاویه‌ای که میله پس از برخورد وزنه با سطح افق می‌سازد کدام است؟ (برخورد از نوع الاستیک و جرم میله ناچیز فرض شود.)



$$\cos^{-1}(\sin \theta_0 + \frac{l\omega^2}{2g}) \quad (۱) \quad \sin^{-1}(\sin \theta_0 + \frac{l\omega^2}{2g}) \quad (۲)$$

$$\sin^{-1}(\frac{l\omega^2}{2g} + \cos \theta_0) \quad (۳) \quad \tan^{-1}(\frac{l\omega^2}{2g} + \tan \theta_0) \quad (۴)$$

۲۷- شتاب زاویه‌ای لغزنده نسبت به استوانه ثابت زیر بر حسب θ کدام است؟ (در $\theta = 0$ فنر بی‌بار و سرعت لغزنده صفر می‌باشد. ضریب اصطکاک بین استوانه و لغزنده μ فرض شود.)



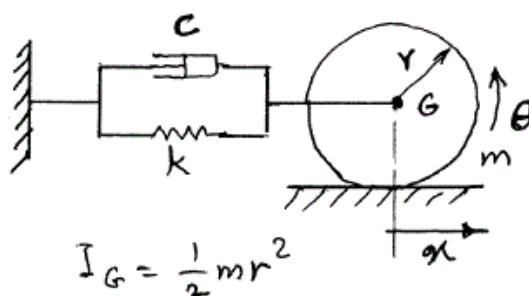
$$(\ddot{\theta} - \frac{g}{R} \sin \theta) \mu + \frac{g}{R} \cos \theta - \frac{k}{m} \theta \quad (۱)$$

$$-(\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \cos \theta) \mu + \frac{g}{R} \sin \theta - \frac{k}{m} \theta \quad (۲)$$

$$(\ddot{\theta} - \frac{g}{R} \cos \theta) \mu + \frac{g}{R} \sin \theta - \frac{k}{m} \theta \quad (۳)$$

$$-(\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta) \mu + \frac{g}{R} \cos \theta - \frac{k}{m} \theta \quad (۴)$$

۲۸- دیسک زیر با شعاع r و جرم m بدون لغزش بر روی سطح می‌غلتد. میرایی بحرانی سیستم C_{cr} کدام است؟



$$\sqrt{km} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2km} \quad (۲)$$

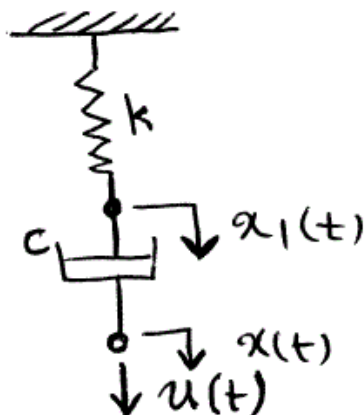
$$\sqrt{3km} \quad (۳)$$

$$\sqrt{6km} \quad (۴)$$

-۲۹

برای سیستم فنر - دمپر زیر کدام یک از معادلات صادق است؟

k ثابت فنر، c ضریب دمپر، $x_1(t)$ تغییر مکان محل اتصال فنر و دمپر، $x(t)$ تغییر مکان انتهای دمپر و $u(t)$ نیروی اعمالی به انتهای دمپر (تابع پله واحد) می باشد.



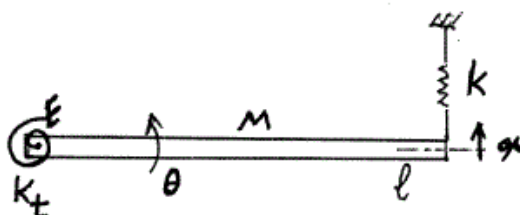
$$c\ddot{x} + k\dot{x} = c\dot{x}_1 \quad (۱)$$

$$c\ddot{x}_1 + k\dot{x}_1 = c\ddot{x} \quad (۲)$$

$$k\ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 = k\dot{x} \quad (۳)$$

$$k\ddot{x} + c\dot{x} = k\dot{x}_1 \quad (۴)$$

-۳۰ فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر کدام است؟



$$\sqrt{\frac{(k_t + kl^2)}{Ml^2}} \quad (۱)$$

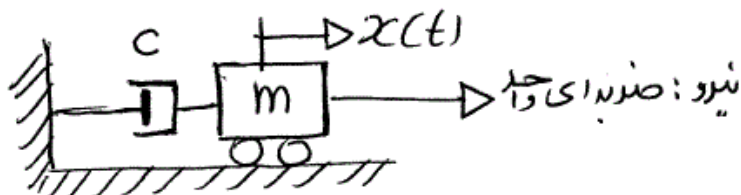
$$\sqrt{\frac{(k_t + 2kl^2)}{Ml^2}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2(k_t + kl^2)}{Ml^2}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{2(k_t + 2kl^2)}{Ml^2}} \quad (۴)$$

-۳۱ پاسخ سیستم جرم و دمپر زیر تحت ورودی ضربه واحد $\delta(t)$ کدام است؟

(سیستم در ابتدا در حالت سکون قرار دارد.)



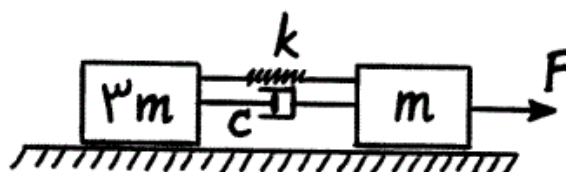
$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{m} \left(1 - e^{-\frac{m}{c}t} \right) \quad (۴)$$

$$\frac{1}{c} \left(1 - e^{-\frac{m}{c}t} \right) \quad (۳)$$

۳۲- در دراز مدت کشیدگی فنر سیستم زیر چند برابر $\frac{F}{k}$ می باشد؟



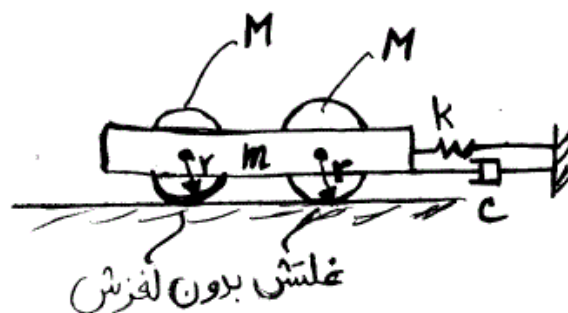
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

۳۳- ضریب میرایی بحرانی، C_{cr} سیستم زیر برابر با کدام است؟



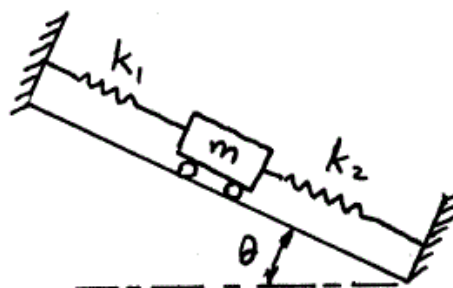
$$\sqrt{2k(3M+m)} \quad (2)$$

$$\sqrt{2k(3m+M)} \quad (1)$$

$$2\sqrt{k(2M+m)} \quad (4)$$

$$2\sqrt{k(3M+m)} \quad (3)$$

۳۴- فرکانس طبیعی سیستم جرم و فنر قرار گرفته بر روی سطح شیب دار زیر کدام است؟



$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \sin \theta \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cos \theta \quad (4)$$

۳۵- موتوری به جرم 100 kg بر روی فنرهایی با ضریب سختی $\frac{900 \text{ kN}}{\text{m}}$ قرار دارد.

این موتور در سرعت 3000 rpm یک نیروی نامیزانی 400 N را تحمل می‌کند. اگر $\zeta = 0.2$ باشد، نیروی منتقل شده به زمین F_T چند نیوتن است؟

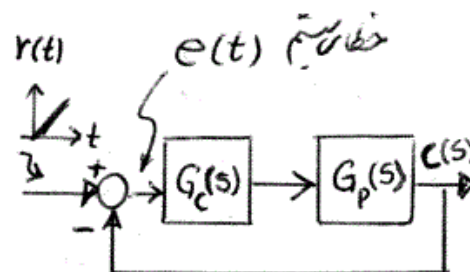
(۱) ۱۲۵

(۲) ۲۵۰

(۳) ۵۰۰

(۴) ۱۲۵

۳۶- در سیستم زیر همه قطب‌های $G_p(s)$ در سمت چپ محور موهومی قرار دارند. برای آنکه خطای حالت ماندگار صفر شود، کدام شرط در مورد کنترل کننده $G_c(s)$ باید برقرار باشد (شرط لازم و کافی)؟ (ورودی مبنا تابع $r(t) = t$ در نظر گرفته شده است).



(۱) باید حداقل دو قطب در صفر داشته باشد.

(۲) باید حداقل یک قطب در صفر داشته باشد.

(۳) باید بهره کنترل کننده کوچک باشد، تا سیستم مدار بسته ناپایدار نشود.

(۴) باید یک قطب در صفر و بهره کنترلر نیز کوچک باشد، تا سیستم مدار بسته ناپایدار نشود.

۳۷- معادله یک سیستم دینامیکی در فضای حالت بصورت زیر است:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0], \mathbf{D} = 0$$

پاسخ این سیستم به چه شرایط اولیه‌ای معادل پاسخ آن به ورودی ضربه واحد می‌باشد؟

$$\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۲) \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۳) \quad \text{چنان شرایط اولیه‌ای وجود ندارد.} \quad (۴)$$

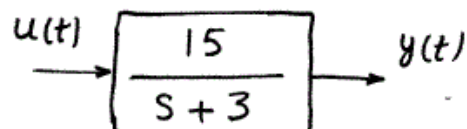
۳۸- در یک سیستم کنترل فیدبک با تابع تبدیل مدار:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

برای اینکه حد تقویت سیستم برابر $GM = 3^{dB}$ شود، مقدار K چقدر باید باشد؟

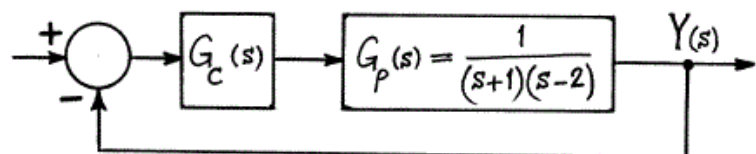
- (۱) ۶
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $2/45$
(۴) $4/25$

۳۹- در سیستم زیر $u(t) = 2l(t) + 5 \sin 4t$ که در آن $l(t)$ تابع پله واحد است. مقادیر حداقل و حداکثر پاسخ سیستم $y(t)$ در حالت ماندگار کدامند؟



- (۱) $+10, -10$
(۲) $+30, -10$
(۳) $+25, -5$
(۴) $+20, 0$

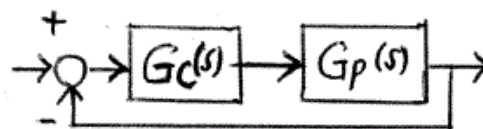
۴۰- برای سیستم مدار بسته زیر مناسب ترین کنترلر پایدارکننده $G_c(s)$ و محدوده K ، به ترتیب از راست به چپ کدامند؟



- (۱) $K > 0, K$
(۲) $Ka > 2, K > 1, K(s+a)$

- (۳) $K > 0, K \frac{s-2}{s+2}$
(۴) $K > 0, K \frac{s+2}{s+2}$

- ۴۱- برای کنترل سیستم اصلی با تابع تبدیل $G_p(s) = \frac{1}{(s-1)(s-3)}$ از کنترل کننده PD به صورت $G_c(s) = K_p(1+s)$ استفاده شده است. شرط پایداری سیستم مدار بسته کدام است؟



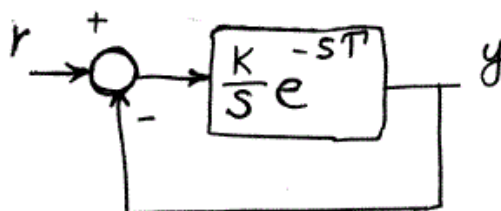
$$K_p > 2 \quad (2)$$

$$K_p < 2 \quad (1)$$

$$K_p > 4 \quad (4)$$

$$K_p < 4 \quad (3)$$

- ۴۲- در سیستم کنترلی زیر با افزایش K بصورت تدریجی از مقدار اولیه، در ازای $K = 10$ سیستم ناپایدار می‌شود. جهت دستیابی به حاشیه فاز $\phi_M = 60^\circ$ ، مقدار K باید باشد.



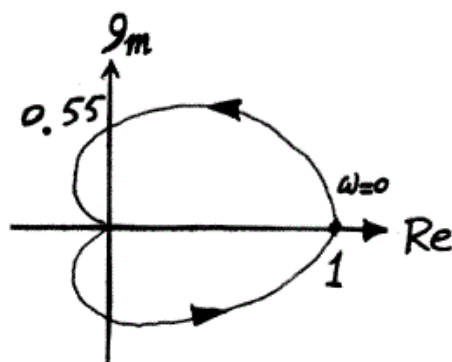
$$(1) \text{ برابر } \frac{10}{3} \text{ باشد.}$$

$$(2) \text{ برابر } \frac{10}{7} \text{ باشد.}$$

$$(3) \text{ برابر } 1 \text{ باشد.}$$

$$(4) \text{ بر حسب } T \text{ تعیین شود.}$$

- ۴۳- دیاگرام نایکوئیست زیر مربوط به کدام سیستم است؟
(ω از صفر تا ∞ و سپس از ∞ تا صفر تغییر کرده است.)



$$(1) \frac{1}{(s-1)^2}$$

$$(2) \frac{1}{(s+1)^2}$$

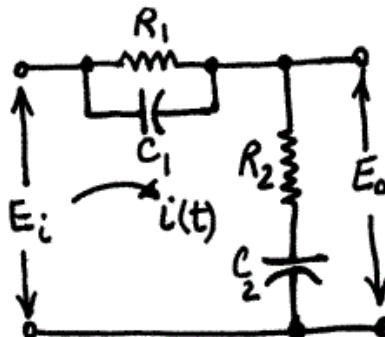
$$(3) \frac{s-1}{(s+1)^2}$$

$$(4) \frac{s+1}{(s-1)^2}$$

۴۴- تابع تبدیل $\frac{E_o}{E_i}$ مدار شکل زیر که برای بهبود عملکرد یک سیستم کنترل

فیدبک بکار می‌رود کدام است؟

$$\begin{aligned}\tau_1 &= R_1 C_1 \\ \tau_2 &= R_2 C_2 \\ \tau_3 &= R_1 C_2\end{aligned}$$



$$(1) \quad \frac{\tau_2 s + 1}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

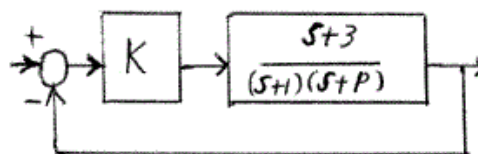
$$(2) \quad \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + \tau_{12} s + 1}$$

$$(3) \quad \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + \tau_{12}}$$

$$(4) \quad \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})s + 1}$$

۴۵- محدوده P در شکل زیر برای این که به ازای هیچ مقدار مثبت K سیستم مدار

بسته با ورودی مبنای پله‌ای نوسانی نشود کدام است؟



$$(2) \quad 3 > P > 0$$

$$(4) \quad P > 3$$

$$(1) \quad 3 > P > 1$$

$$(3) \quad 1 > P > 0$$

| گروه امتحانی | شماره پاسخنامه | نوع دفترچه | عنوان دفترچه |
|--------------|----------------|------------|--------------------------|
| فنی و مهندسی | 1 | F | مجموعه مهندسی مکانیک / 3 |

| شماره سوال | گزینه صحیح | شماره سوال | گزینه صحیح |
|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 1 | 31 | 1 |
| 2 | 2 | 32 | 2 |
| 3 | 4 | 33 | 3 |
| 4 | 3 | 34 | 1 |
| 5 | 2 | 35 | 3 |
| 6 | 4 | 36 | 1 |
| 7 | 1 | 37 | 2 |
| 8 | 3 | 38 | 4 |
| 9 | 4 | 39 | 3 |
| 10 | 1 | 40 | 2 |
| 11 | 3 | 41 | 4 |
| 12 | 2 | 42 | 1 |
| 13 | 1 | 43 | 1 |
| 14 | 4 | 44 | 4 |
| 15 | 3 | 45 | 4 |
| 16 | 1 | | |
| 17 | 1 | | |
| 18 | 2 | | |
| 19 | 1 | | |
| 20 | 3 | | |
| 21 | 4 | | |
| 22 | 2 | | |
| 23 | 3 | | |
| 24 | 2 | | |
| 25 | 4 | | |
| 26 | 2 | | |
| 27 | 3 | | |
| 28 | 4 | | |
| 29 | 2 | | |
| 30 | 3 | | |